

$$g(x) = \frac{1}{f(x)} \text{ סיכום - טרנספורמציות}$$

טרנספורמציות $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ הופכת את המונה והמכנה של הפונקציה $f(x)$. לדוגמה:

$$f(x) = 2x + 5 \rightarrow g(x) = \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{2x + 5}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x-2} \rightarrow g(x) = \frac{1}{f(x)} = \frac{x-2}{x-1}$$

להלן טבלה המסכמת את הקשר בין הפונקציה $f(x)$ לבין הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$:

$\frac{1}{f(x)}$	$f(x)$	
תחום ההגדרה של f בו f לא מתאפסת	נמצא תחום הגדרה כרגיל	תחום הגדרה
$\left(x_1, \frac{1}{y_1}\right)$	$(x_1, y_1), y_1 \neq 0$	נקודה כללית על הפונקציה
$\left(0, \frac{1}{a}\right)$	$(0, a), a \neq 0$	נקודת חיתוך עם ציר y
נק' ההתאפסות של f הן האס' האנכיות של $\frac{1}{f(x)}$	נמצא נק' התאפסות כרגיל	נקודות חיתוך עם ציר x
האס' האנכיות של f הן נקודות החיתוך של $\frac{1}{f(x)}$ עם ציר x	נמצא אס' אנכיות כרגיל	אסימפטוטות אנכיות
אם $L \neq 0$, האס' של $\frac{1}{f(x)}$ היא $y = \frac{1}{L}$. ----- אם $L = 0$, ל- $\frac{1}{f(x)}$ אין אס' אופקיות. ----- אם ל- $f(x)$ אין אס' אופקיות, האס' האופקיות של $\frac{1}{f(x)}$ היא $y = 0$	$y = L$	אסימפטוטות אופקיות
אותם התחומים בהתאמה כמו של f	נמצא תחומי חיוביות שליליות כרגיל	תחומי חיוביות ושליליות
$\left(a, \frac{1}{b}\right)$ קיצון מסוג $\min$ $\left(c, \frac{1}{d}\right)$ קיצון מסוג $\max$	$(a, b), b \neq 0$ קיצון מסוג $\max$ $(c, d), d \neq 0$ קיצון מסוג $\min$	נקודות קיצון
הפוכים מ- f : $\frac{1}{f(x)}$ עולה כאשר $f(x)$ יורדת ו- $\frac{1}{f(x)}$ יורדת כאשר $f(x)$ עולה.	נמצא כרגיל, על פי טבלת הקיצון	תחומי עליה וירידה

דוגמה מלאה לחקירה עם סעיף העוסק בטרנספורמציה:

$$f(x) = \frac{x - 2\sqrt{x-1}}{2x-6}$$

א. תחום הגדרה:

$$x - 1 \geq 0 \text{ וגם } 2x - 6 \neq 0$$

$$x \geq 1 \text{ וגם } x \neq 3$$

$$x > 3 \text{ או } 1 \leq x < 3$$

ב. חיתוך עם הצירים: מכיוון ש-0 לא בתחום ההגדרה, אין נק' חיתוך עם ציר y – נבחן רק את x:

$$x - 2\sqrt{x-1} = 0$$

$$2\sqrt{x-1} = x$$

$$4(x-1) = x^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

הערך מתאים למשוואה ולתחום ההגדרה, ולכן:

(2,0) חיתוך עם ציר x

ג. אסימפטוטות מאונכות לצירים:

$$f(3) = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{0} = \frac{\neq 0}{0}$$

ולכן $x = 3$ אס' אנכית של $f(x)$.

נשים לב שאין אס' אופקית ב- $(-\infty)$ על פי תחום ההגדרה, וכיוון שהמונה והמכנה מאותה המעלה הגבוהה ביותר, האסימפטוטה זהה למקדמים: $y = \frac{1}{2}$ אס' אופקית ב- $(+\infty)$.

ד. קיצון ותחומי עלייה וירידה:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{\left(1 - \frac{1}{\sqrt{x-1}}\right)(2x-6) - 2(x-2\sqrt{x-1})}{(2x-6)^2} \\ &= \frac{\frac{(\sqrt{x-1}-1)(2x-6) - 2\sqrt{x-1}(x-2\sqrt{x-1})}{\sqrt{x-1}}}{(2x-6)^2} \\ &= \frac{(\sqrt{x-1}-1)(2x-6) - 2x\sqrt{x-1} + 4(x-1)}{\sqrt{x-1}(2x-6)^2} \\ &= \frac{2x\sqrt{x-1} - 2x - 6\sqrt{x-1} + 6 - 2x\sqrt{x-1} + 4(x-1)}{\sqrt{x-1}(2x-6)^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{-2x - 6\sqrt{x-1} + 6 + 4x - 4}{\sqrt{x-1}(2x-6)^2} = \frac{2x - 6\sqrt{x-1} + 2}{\sqrt{x-1}(2x-6)^2}$$

נשווה נגזרת לאפס:

$$2x - 6\sqrt{x-1} + 2 = 0$$

$$3\sqrt{x-1} = x + 1$$

$$9(x-1) = x^2 + 2x + 1$$

$$9x - 9 = x^2 + 2x + 1$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-5)(x-2) = 0$$

$$x = 5, 2$$

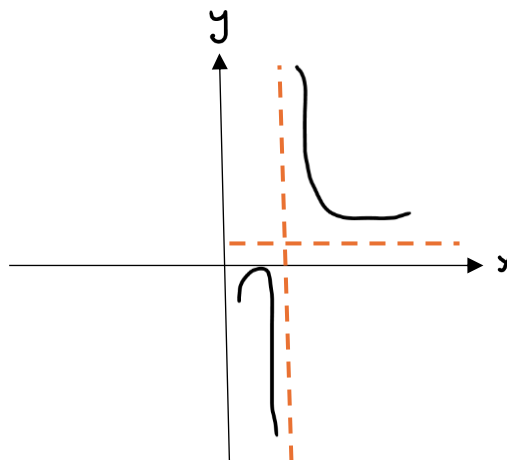
X	1	1.5	2	2.5	3	4	5	6
F'	-----	+	0	-	-----	-	0	-
F	קצה מיני		קיצון מקסי		-----			

וקיבלנו שנקודות הקיצון הן $(2,0)$, $(1, -\frac{1}{4})$ קיצון מקסימום וקיצון קצה מינימום בהתאמה.

תחום העלייה: $1 < x < 2$.

תחום הירידה: $x > 5$ או $3 < x < 5$ או $2 < x < 3$.

ה. סקיצה:



ו. סקיצה של $g(x) = \frac{1}{f(x)}$: אס' אנכית ב- $x=2$, אס' אופקית ב- $y=2$, קיצון קצה מקסי ב- $(1, -4)$, חיתוך בציר x : $(3,0)$.

