

סיכום לבגרות במכניקה - מתקף ותנע

מתקף: מדד פיזיקלי לתיאור ההשפעה הכוללת של כוח הפועל על גוף משך פרק זמן מסוים. מחושב כגודל וקטורי. מסומן כ- $\vec{J}$. יחידות המידה: $[J] = [F] \cdot [\Delta t] = N \cdot s$

נוסחאות:

- מתקף של כוח קבוע: $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$. המתקף של כוח קבוע הוא הכוח הוקטורי עצמו כפול משך הזמן שפועל
- מתקף של כוח משתנה: $\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt$. המתקף של כוח משתנה, הוא השטח הכלוא בין עקומת הכוח כתלות בזמן.

דוגמאות:

שאלה ראשונה: דוד דוחף עגלה לאורך משטח מחוספס, ומפעיל עליה כוח קבוע של $20[N]$. כתוצאה מן הפעלת הכוח, העגלה יוצאת ממנוחה ונעה במהירות קבועה במשך 10 שניות, עד שדוד מפסיק לדחוף את העגלה, ועוצר אותה במייד.

(1) חשבו את גודל וכיוון המתקף של הכוח שמפעיל דוד על העגלה.

(2) חשבו את המתקף של כוח החיכוך הקינטי הפועל בין המשטח לעגלה.

(3) דוד חוזר על הניסוי (כל הפרמטרים פרט למשך הזמן זהים) אך הפעם דוחף את העגלה x שניות. ידוע שהמתקף של הכוח שמפעיל דוד על העגלה בניסוי החדש הוא $145[Ns]$. מצאו את x.

פתרון:

הבעיה עוסקת במתקף של כוח קבוע, שכן הכוח מתחיל ב- $20[N]$ ובמייד פוסק. ידוע שמשך הזמן בו הכוח המפעיל דוד פועל הוא $10s$. נגדיר את הכיוון החיובי להיות כיוון תנועת העגלה.

(1) נציב את הנתונים בנוסחה לחישוב מתקף כוח קבוע:

$$\vec{J} = \vec{F} \Delta t = 20 \cdot 10 = 200[Ns]$$

לכן גודל המתקף של הכוח שדוד מפעיל על העגלה הוא $200[Ns]$ וכיוונו עם תנועת העגלה.

(2) על פי החוק הראשון של ניוטון, כאשר מהירות או תאוצת המערכת היא 0, כלומר, המערכת בהתמדה, שקול הכוחות הוא 0. לכן כוח החיכוך הקינטי הפועל בין העגלה למשטח, זהה בגודלו לגודל הכוח שדוד מפעיל על העגלה, אך מנוגד לו בכיוון. כלומר:

$$f_k = -F = -20[N]$$

נציב בנוסחה למתקף של כוח קבוע:

$$\vec{J} = \vec{f_k} \Delta t = -20 \cdot 10 = -200[Ns]$$

לכן גודל המתקף של כוח החיכוך הקינטי הפועל בין העגלה למשטח הוא $200[Ns]$ וכיוונו נגד תנועת העגלה.

(3) אם נסתכל על נוסחת מתקף של כוח קבוע, נראה שהיא תלויה במתקף עצמו, הכוח שאת המתקף שלו אנו רוצים, ואת משך הזמן שכוח זה פועל. בסעיף זה יש לנו את המתקף והכוח, וכך נוכל למצוא את משך הזמן, x :

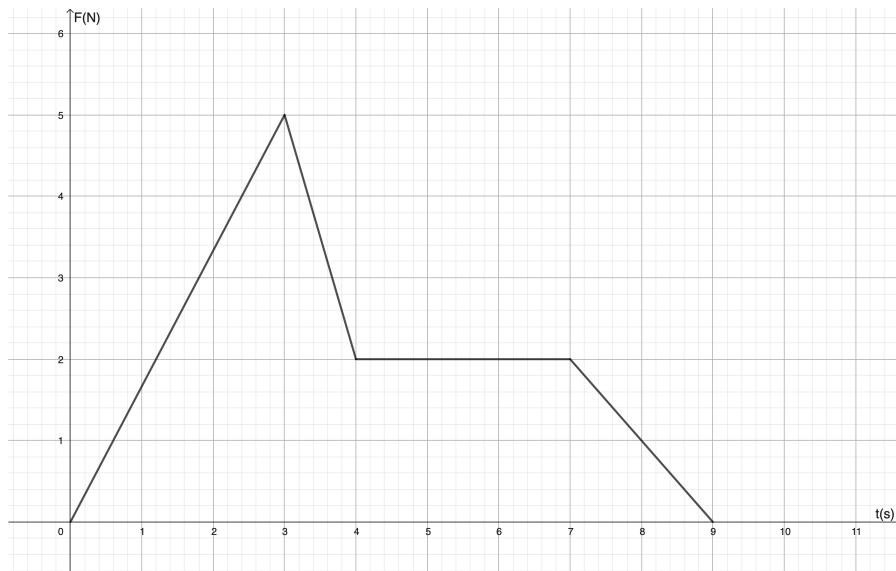
$$\vec{J} = \vec{F} \Delta t$$

$$145 = 20(x - 0) = 20x$$

$$x = \frac{145}{20} = 7.25[s]$$

שאלה שנייה:

לפניכם גרף המתאר את הכוח שפועל על מכונית נוסעת כתלות במשך הנסיעה. הציר החיובי של הכוח מוגדר עם כיוון תנועת המכונית.



(1) חשבו את גודל וכיוון המתקף הכולל של הכוח הפועל על המכונית בפרק הזמן $0 < t < 9$.

(2) מהי המשמעות הפיזיקלית של חיתוך הגרף עם ציר הזמן?

פתרון:

(1) נשים לב שמדובר בכוח שאינו קבוע. כלומר, על מנת למצוא מתקף, נחשב את השטח הכלוא מתחת לעקומה. נשים לב שניתן לחלק את השטח לשטח משולש וטרפז:

$$\vec{J} = \frac{(5 - 2) * (4 - 1.2)}{2} + \frac{(9 + 7 - 1.2) * 2}{2} = 19[Ns]$$

כלומר גודל המתקף הוא $19[Ns]$. ומכיוון שהגרף אי שלילי, כיוונו עם תנועת המכונית.

(2) חיתוך עם ציר הזמן משמעותו שהכוח שפועל על המכונית הוא 0.

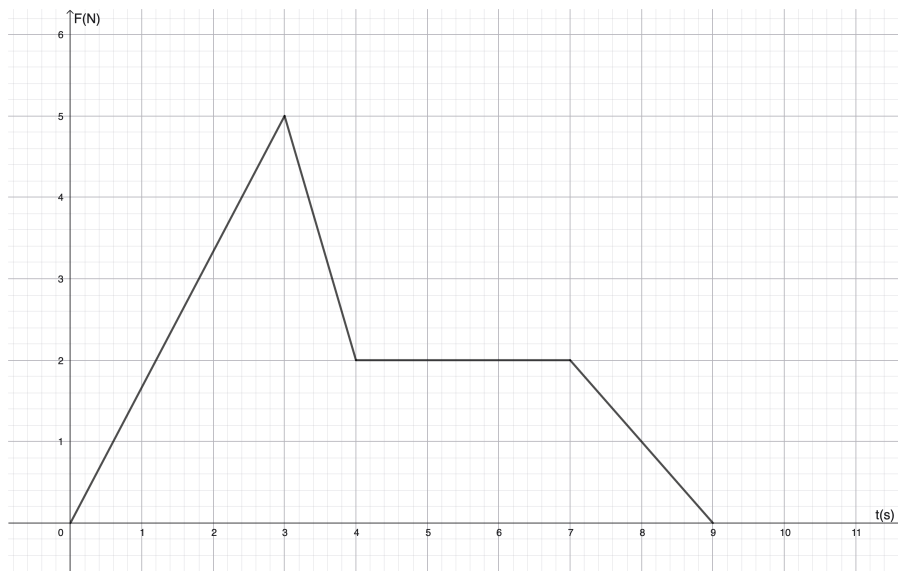
כוח ממוצע: הכוח הממוצע $\vec{F}$ של כוח משתנה $\vec{F}$ בפרק זמן כלשהו Δt , הוא כוח קבוע בפרק זמן זה, כך שהמתקף שלו יהיה שווה למתקף של הכוח האמיתי.

כלומר, נקבל כנתון או נחשב בצורה גרפית את המתקף של הכוח המשתנה ($\vec{J}$), ונציב בנוסחה של כוח קבוע על מנת למצוא את הכוח הממוצע:

$$\vec{J} = \vec{F} \Delta t$$

דוגמה:

לפניכם גרף המתאר את הכוח שפועל על מכונית נוסעת כתלות במשך הנסיעה. הציר החיובי של הכוח מוגדר עם כיוון תנועת המכונית.



(1) חשבו את גודל וכיוון המתקף הכולל של הכוח הפועל על המכונית במשך נסיעתה.

(2) חשבו את גודל וכיוון הכוח הממוצע הפועל על המכונית במשך נסיעתה.

פתרון:

(1) מדובר באותה הבעיה כמו בדוגמה הקודמת, בה ראינו שהמתקף הכולל הוא $\vec{J} = 19[Ns]$ בכיוון הנסיעה.

(2) יש לנו את המתקף 'האמיתי', ואת פרק הזמן בו הכוח המשתנה פועל (9 שניות). נציב למציאת הכוח הממוצע בנוסחת מתקף של כוח קבוע:

$$\vec{J} = \vec{F} \Delta t \Rightarrow 19 = \vec{F} * 9 \Rightarrow \vec{F} = \frac{19}{9} = 2.111[N]$$

ולכן גודל הכוח הממוצע הפועל על המכונית הוא $2.111[N]$ וכיוונו ככיוון הנסיעה.

תנע: מדד פיזיקלי המתאר את 'כמות התנועה' שיש לגוף, שילוב בין מהירות הגוף, למסתו. התנע הוא גודל וקטורי, ויחידות המידה שלו גם הן $[Ns]$. את התנע אנו מסמנים באות p .

נוסחאות:

- תנע של גוף נקודתי: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$. אם נרצה את 'התנע הרגעי' של גוף, כלומר, התנע שלו ברגע ספציפי במהלך תנועתו, נכפול בין מסת הגוף לבין מהירות הגוף באותו הרגע. כיוון התנע תמיד ככיוון מהירות הגוף.
- משפט מתקף משנה תנע: $\vec{J} = \Delta \vec{p}$. המתקף הכולל הפועל על גוף בפרק זמן מסוים, שווה לשינוי בתנע שלו בפרק הזמן הזה. הקשר נכון גם עבור כוח קבוע וגם עבור כוח משתנה.

דוגמה:

- כדור טניס שמסתו $0.06[kg]$ נזרק אופקית לעבר קיר במהירות של $20 \left[\frac{m}{s}\right]$. הכדור פוגע בקיר, ומוחזר ממנו אופקית במהירות של $15 \left[\frac{m}{s}\right]$ בכיוון הנגדי.
- (1) חשבו את התנע של הכדור רגע לפני הפגיעה בקיר ורגע לאחר הפגיעה בו.
- (2) מהו המתקף שהפעיל הקיר על הכדור?

פתרון:

- (1) מסת הכדור קבועה, $m = 0.06[kg]$. את המהירות טרם הפגיעה בקיר נסמן: $\vec{v} = 20 \left[\frac{m}{s}\right]$. את המהירות לאחר הפגיעה בקיר נסמן: $\vec{u} = 15 \left[\frac{m}{s}\right]$. נמצא בעזרת נוסחת התנע של גוף נקודתי את התנע בכל אחד מהרגעים:

$$\vec{p}_{\text{לפני}} = m \cdot \vec{v} = 0.06 \cdot 20 = 1.2[Ns]$$

$$\vec{p}_{\text{אחרי}} = m \cdot \vec{u} = 0.06 \cdot (-15) = -0.9[Ns]$$

- (2) נחשב את השינוי בתנע:

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{אחרי}} - \vec{p}_{\text{לפני}} = -0.9 - 1.2 = -2.1[Ns]$$

על פי נוסחת מתקף משנה תנע: $\vec{J} = \Delta \vec{p}$ ולכן, המתקף הכולל הפועל על הכדור הוא $-2.1[N/s]$.

מערכת סגורה: מערכת שבה לאינטראקציה של הגופים שלה עם הסביבה אין השפעה על תנועת גופי המערכת. במילים אחרות, לא פועלים על הגופים במערכת כוחות חיצוניים, או שמבטלים אחד את השני.

דוגמאות:

1. שני קרונות הנעים על משטח חלק. (כוח הכובד והכוח הנורמלי מבטלים אחד את השני, המשטח חלק אז אין חיכוך)
2. תנועת כוכבי הלכת סביב השמש. (החלל הוא 'ואקום' ולא פועלים בו כוחות חיצוניים, אלא רק כוחות פנימיים - כוחות המשיכה בין כוכבי הלכת לשמש).

תנע כולל של מערכת: התנע הכולל של מערכת הכוללת n גופים, מוגדר כסכום התנעים של גופי המערכת.

$$\text{נוסחה: } \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \dots + \vec{p}_n$$

מהגדרת התנע הנקודתי, ניתן לבטא את התנע הכולל כך:

$$\vec{p} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + m_3 \vec{v}_3 + \dots + m_n \vec{v}_n$$

דוגמה:

במעבדת פיזיקה, שני קרונות נעים על מסילה אופקית. מסת קרון א' היא $2[kg]$, והוא נע ימינה במהירות של $4 \left[\frac{m}{s} \right]$. מסת קרון ב' היא $3[kg]$ והוא נע שמאלה במהירות של $2 \left[\frac{m}{s} \right]$.

מה הוא התנע הכולל של מערכת שני הקרונות?

פתרון:

נגדיר את הכיוון החיובי להיות ימינה. נחשב את התנע של קרון א' ואת התנע של קרון ב':

$$\vec{p}_1 = m_A \cdot \vec{v}_A = 2 \cdot 4 = 8[Ns]$$

$$\vec{p}_2 = m_B \cdot \vec{v}_B = 3 \cdot (-2) = -6[Ns]$$

התנע הכולל של המערכת הוא סכום התנעים של כל אחד מהקרונות:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 8 - 6 = 2[Ns]$$

חוק שימור התנע: חוק שימור התנע קובע כי במערכת סגורה דו-גופית, שבמהלך תנועתה הגופים מתנגשים, התנע הכולל של המערכת נשמר לאורך כל תנועת המערכת, כלומר תנע המערכת לפני ההתנגשות שווה לתנע המערכת לאחר ההתנגשות:

$$\vec{p}_{\text{מערכת } i} = \vec{p}_{\text{מערכת } f}$$

נפתח בעזרת הנוסחה לחישוב תנע כולל של מערכת שראינו קודם לכן:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

כאשר m_1, m_2 מסות הגופים, v_1, v_2 מהירויות הגופים לפני ההתנגשות, ו- u_1, u_2 מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות.

הערה: במיקוד הבגרות לשנת 2026 הנושא 'שימור תנע בדו ממד' ירד מן המיקוד, ולכן לא יוצג בהמשך הסיכום.

דוגמה:

שני כדורים נעים זה לקראת זה על משטח אופקי חלק. כדור א', שמסתו $3[kg]$, נע ימינה במהירות של $8 \left[\frac{m}{s} \right]$. כדור ב', שמסתו $5[kg]$, נע שמאלה במהירות של $4 \left[\frac{m}{s} \right]$. הכדורים מתנגשים. לאחר ההתנגשות, ידוע כי כדור א' משנה את כיוון תנועתו ונע שמאלה במהירות של $2 \left[\frac{m}{s} \right]$.

(1) מה הוא התנע הכולל של המערכת לפני ההתנגשות?

(2) מה הוא התנע של כדור א' לאחר ההתנגשות?

(3) מה היא המהירות של כדור ב' (גודל וכיוון) לאחר ההתנגשות?

פתרון:

נגדיר את הכיוון החיובי ימינה. נשים לב שהמערכת סגורה מכיוון שעל פי החוק הראשון של ניוטון, כוח הכובד והכוח הנורמלי מבטלים זה את זה, וכוח החיכוך מוזנח (המשטח חלק). מכאן כי מתקיים חוק שימור התנע.

(1)

$$\vec{p}_{\text{מערכת } i} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = 3 * 8 + 5 * (-4) = 24 - 20 = 4[Ns]$$

(2)

$$\vec{p}_{1f} = m_1 \vec{u}_1 = 3 * (-2) = -6[Ns]$$

(3)

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

$$4 = m_2 u_2 - 6 \Rightarrow 5 * u_2 = 10 \Rightarrow u_2 = 2 \left[\frac{m}{s} \right] \quad (\text{כיוון ימין})$$

סוגי התנגשויות: במערכת בה קיימת התנגשות, ניתן לסווג את ההתנגשות ובכך להשיג נוסחאות מדויקות יותר עבורה, הנגזרות מחוק שימור התנע:

- **התנגשות (מצח) אלסטית**: התנגשות בה האנרגיה הקינטית הכוללת לפני ההתנגשות שווה לאנרגיה הקינטית הכוללת אחריה.

נוסחאות:

$$\begin{aligned} v_1 - v_2 &= -(u_1 - u_2) \\ m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 u_1 + m_2 u_2 \end{aligned}$$

- **התנגשות (מצח) פלסטית**: התנגשות שבסופה הגופים נעים יחד כמקשה אחת באותו הכיוון ובאותה המהירות.

נוסחאות:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$$

- **רתע**: מערכת של שני עצמים הדוחפים זה את זה בכיוונים מנוגדים. אם המערכת סגורה, הגוף הנדחף ינוע בכיוון הדחיפה, והדוחף ירתע לאחור.

נוסחאות:

$$0 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

דוגמה:

במעבדת פיזיקה נערכים שלושה ניסויים שונים עם שני קרונות על מסילה אופקית חסרת חיכוך.

מסת קרונית א' - $m_1 = 2[kg]$. מסת קרונית ב' - $m_2 = 3[kg]$.

קרון א' נע ימינה במהירות $v_1 = 10 \left[\frac{m}{s} \right]$ ומתנגש בקרון 2 הנמצא במנוחה. לאחר ההתנגשות, שני הגופים נעים יחד באותו הכיוון ובאותה המהירות.

(1) חשבו את המהירות המשותפת, u , של הקרונות לאחר ההתנגשות.

בניסוי אחר, הקרונות מתנגשים התנגשות מצח אלסטית.

(2) מצאו את מהירויות הקרונות לאחר ההתנגשות, u_1, u_2 .

כעת, שני הקרונות מוצמדים זה לזה כשהם במנוחה, וביניהם קפיץ דחוק. ברגע מסוים הקפיץ משוחרר, והקרונות נדחפים זה על יד זה בכיוונים מנוגדים. ידוע כי קרון א' נדחף שמאלה במהירות $u_1 = -6 \left[\frac{m}{s} \right]$.

(3) מצא את מהירות קרון ב' לאחר הדחיפה.

פתרון :

(1) מכיוון שלאחר ההתנגשות זוג הקרונות נעים כמקשה אחת, מדובר בהתנגשות מצח פלסטית. המערכת סגורה מכיוון שעל פי חוק 1 של ניוטון, הנורמל וכוח הכובד מבטלים זה את זה, ומשום שהמסילה חסרת חיכוך. לכן, מתקיים התנאי לחוק שימור התנע:

$$\begin{aligned}m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2)u \\20 &= 5u \\u &= 4 \left[\frac{m}{s} \right]\end{aligned}$$

(2) כאמור, המערכת סגורה, ונתון כי ההתנגשות היא התנגשות מצח אלסטית:

$$\begin{aligned}&\begin{cases} v_1 + v_2 = -(u_1 - u_2) \\ m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \end{cases} \\&\Rightarrow \begin{cases} 10 = u_2 - u_1 \\ 20 = 2u_1 + 3u_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 10 + u_1 \\ 20 = 2u_1 + 30 + 3u_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 10 + u_1 \\ 5u_1 = -10 \end{cases} \\&\Rightarrow \begin{cases} u_2 = 10 - 2 = 8 \left[\frac{m}{s} \right] \\ u_1 = -2 \left[\frac{m}{s} \right] \end{cases}\end{aligned}$$

(3) כאמור, המערכת סגורה, ולפי תיאור ההתנגשות - מדובר ברתע:

$$0 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \Rightarrow 0 = 2 * (-6) + 3u_2 \Rightarrow 12 = 3u_2 \Rightarrow u_2 = 4 \left[\frac{m}{s} \right]$$